Q. VII. 120/2.

Nobile Collegium Mutinense Sancti Caroli

Teoremi e problemi
di geometria piana esposti
dimostrati e risolti
da tre convittori del Collegio
nazionale di Modena
il 14 luglio 1806.

Modena Tip. Soliani

TEOREMI,

E

PROBLEMI

DI

GEOMETRIA

PIANA, E SOLIDA

)(IN MODENA,)(

per gli Eredi di Bartolomeo Soliani.

ΤΕΘΡΙΜΙ,

Η

ΕΛΕΝΗ ΜΕ

ΤΗ

ΣΙΦΟΜΕΤΡΙΑ

ΡΙΖΑ ΚΑΙ ΣΟΛΙΔΑ

I SIGNORI

VINCENZO CARCANO Milanese,

CARLO PINDEMONTE Veronese,

GIUSEPPE VISCONTI ERMES Milanese

CONVITTORI NEL COLLEGIO NAZIONALE

DI MODENA

Esporranno le dimostrazioni, e soluzioni dei seguenti Teoremi, e Problemi, a piacere di chi le adimandi

NELLA SALA DEL COLLEGIO SUDDETTO

Il giorno 14. Luglio dell' anno 1806.

TEOREMI, E PROBLEMI DI GEOMETRIA PIANA.

I.

SE una retta incontrandone un' altra forma due angoli, questi sono o due angoli retti, o equivalenti alla somma di due angoli retti.

II.

Se una retta forma due angoli retti, o equivalenti a due retti con due linee rette, che s' incontrino l' una da una parte, e l' altra dall' altra in uno stesso punto di essa, queste due rette saranno poste per diritto.

III.

Se due rette si tagliano gli angoli opposti al vertice sono eguali.

IV.

Se una retta taglia due parallele 1.° gli angoli interni dalla medesima parte sono uguali a due retti; 2.° gli angoli alterni sono uguali; 3.° l' angolo esterno è uguale all' interno opposto.

V.

I triangoli, che hanno due lati rispettivamente uguali, e uguale l' angolo da essi compreso, sono uguali perfettamente.

VI.

Se si prolunga un lato del triangolo, l' angolo esterno è uguale alla somma dei due interni opposti.

VII.

La somma degli angoli di qualunque triangolo è uguale a due retti.

VIII.

I triangoli, che hanno uguale un lato, e due angoli corrispondenti, sono perfettamente uguali.

IX.

Il triangolo, che ha due lati uguali, ha i due angoli ad essi opposti uguali, e al contrario il triangolo, che ha due angoli uguali, ha uguali i lati ad essi opposti.

X.

Nel triangolo di lati disuguali al maggior lato si oppone *l' angolo maggiore*.

XI.

In ogni triangolo di angoli disuguali al maggior angolo si oppone il lato maggiore.

XII.

Due lati del triangolo sono insieme maggiori del terzo.

XIII.

I triangoli, che hanno tutti i lati uguali, sono uguali perfettamente.

XIV.

Dividere una data retta finita per metà.

XV.

Dividere un angolo retto in tre parti uguali.

XVI.

Da un punto dato in una retta, innalzare sopra di essa una perpendicolare.

XVII.

Da un punto dato fuori di una retta, condurre una perpendicolare alla medesima.

XVIII.

I due triangoli, che hanno i due lati rispettivamente uguali, uguale l' uno degli angoli opposti, e l' altro acuto, od ottuso, sono perfettamente uguali.

XIX.

Se due rette parallele tagliano altre due rette parallele anche esse fra loro, le parti di ogni due parallele intercette dalle altre due, sono fra loro uguali.

XX.

Se sopra una retta qualunque si prenderanno quante si vogliano porzioni uguali di qualunque grandezza, indi dai termini di queste porzioni si condurranno altrettante rette fra loro parallele secondo una qualunque direzione sino ad incontrare un altra retta qualunque, le porzioni di questa comprese fra le parallele saranno altrettante, quante quelle, che si sono prese sopra la prima retta, e tutte fra loro uguali.

XXI.

Nel triangolo la retta parallela a un lato taglia gli altri due proporzionalmente.

XXII.

Se si conduranno due, o più parallele allo stes-

so lato di un triangolo, le parti tagliate da queste parallele sopra uno degli altri due lati, avranno una stessa ragione alle parti corrispondenti tagliate sopra l' altro lato.

XXIII.

La retta, che taglia proporzionalmente due lati di un triangolo, è parallela all' altro lato.

XXIV.

Date tre rette, ritrovarne una quarta ad esse proporzionale.

XXV.

Date due rette, trovare ad esse una terza proporzionale.

XXVI.

La retta, che divide per metà un angolo di un triangolo prolungata sino al lato opposto, divide questo in due parti proporzionali corrispondentemente agli altri due lati.

XXVII.

I triangoli equiangoli sono simili.

XXVIII.

Nel triangolo rettangolo la perpendicolare condotta dal vertice dell' angolo retto all' ipotenusa, divide il triangolo in due simili ad esso, e fra loro.

XXIX.

I triangoli, che hanno i lati rispettivamente proporzionali, sono simili.

XXX.

I triangoli, che hanno due lati proporzionali, e uguale l' angolo da essi compreso, sono simili.

XXXI.

Se due triangoli sono simili, riguardando come basi due lati omologhi qualunque, le altezze di questi triangoli sono fra loro nella ragione dei lati omologhi essi di triangoli.

XXXII.

Il parallelogrammo ha i lati, e gli angoli opposti uguali, e resta diviso in due triangoli perfettamente uguali dalla diagonale.

XXXIII.

Il quadrilatero, che ha i lati opposti uguali, o uguali gli angoli opposti è un parallelogrammo.

XXXIV.

In qualunque parallelogrammo i complementi sono uguali.

XXXV.

I parallelogrammi di uguale altezza, e di egual base sono uguali.

XXXVI.

Dato un triangolo formarne un altro ad esso uguale, che abbia una data base, o una data altezza.

XXXVII.

Dati più parallelogrammi, o più triangoli di uguale altezza, formarne un solo parallelogrammo, o un

solo triangolo uguale ai dati parallelogrammi, o ai dati triangoli.

XXXVIII.

I rettangoli di ugual altezza, e di base disuguale, stanno fra loro nella ragion delle basi.

XXXIX.

Formare un parallelogrammo uguale a un dato triangolo.

XL.

I rettangoli di base, e di altezza disuguale, stanno frà loro nella ragion composta delle basi, e delle altezze.

XLI.

I rettangoli, che hanno le basi in ragione delle altezze, sono fra loro nella ragion duplicata delle basi, e delle altezze, e come i quadrati formati sopra le une, e sopra le altre.

XLII.

I rettangoli, che reciprocano le basi alle altezze, sono uguali.

XLIII.

Se quattro rette sono in ragion geometrica il rettangolo compreso sotto le estreme è uguale al rettangolo compreso sotto le medie.

XLIV.

Dato un rettangolo, e una retta formare sopra questa un rettangolo uguale al dato.

XLV.

Se tre rette sono continuamente proporzionali, la prima alla terza ha la stessa ragione, che il quadrato della prima a quello della seconda, o quello della seconda a quello della terza.

XLVI.

Nel triangolo rettangolo il quadrato dell' Ipotenusa è uguale a quelli de' cateti presi insieme.

XLVII.

La somma degli angoli di qualunque poligono è uguale a tante volte due retti meno quattro, quanti sono i lati del poligono.

XLVIII.

I poligoni simili stanno fra loro come i quadrati dei lati omologhi.

XLIX.

Il poligono descritto sopra l' Ipotenusa del triangolo rettangolo è uguale ai due ad esso simili, e similmente descritti sopra i cateti presi insieme.

L.

Ogni poligono regolare ha un punto nella sua area ugualmente distante dagli angoli, e dai lati.

LI.

La retta, che incontra la circonferenza del circolo in un punto, prolungata o non l' incontra in alcun altro punto, e cade tutta fuori del circolo, o l' incontra in un altro punto solamente, e cade dentro

il circolo tutta la porzione di essa, che resta intercetta fra i due punti d'incontro colla circonferenza.

LII.

Nel Circolo se una retta passa pel centro, ed è perpendicolare a una corda la divide per metà, se passa pel centro, e divide per metà una corda è ad essa perpendicolare, e se divide per metà perpendicolarmente una corda passa pel centro.

LIII.

Dato un circolo trovarne il centro.

LIV.

Dati tre punti non posti in linea retta, descrivere una circonferenza, che passi per essi tre punti.

LV.

Nel circolo le corde uguali sono ugualmente distanti dal centro, e le disuguali sono più lontane dal centro, quanto sono minori.

LVI.

Delle rette, che con uno dei loro estremi terminano ad uno stesso punto fuori del circolo, o dentro, o sulla sua circonferenza, e coll' altro alla concavità della circonferenza, la maggiore è quella, che passa pel centro, e le altre sono via via minori a misura, che si allontanano dalla maggiore.

LVII.

Se più rette con uno degli estremi terminano ad un punto fuori del circolo, e coll' altro alla convessità della circonferenza, quella che prolungata passe-

rebbe pel centro è la minore, e le altre sono via via maggiori a misura, che sono più lontane dalla minima.

LVIII.

Nel circolo l' angolo al centro è doppio dell' angolo alla circonferenza, che insiste sopra il medesimo arco.

LIX.

Nel quadrilatero iscritto nel circolo gli angoli opposti presi insieme, equivalgono a due angoli retti.

LX.

Nel circolo l' angolo alla periferia, che insiste sulla semicirconferenza è retto; quello che insiste sopra un arco maggiore della semicirconferenza è maggiore di un retto; e quello, che insiste sopra un arco minore della semicirconferenza è minore di un retto.

LXI.

L' angolo formato da una tangente, e da una corda, è uguale all' angolo fatto nel segmento alterno.

LXII.

Nel semicircolo la perpendicolare al diametro terminata alla circonferenza è media proporzionale fra i segmenti del diametro.

LXIII.

Dato un punto fuori del circolo, condurre da esso al circolo una tangente.

LXIV.

Nel circolo se due corde si tagliano, il rettangolo compreso sotto le parti dell' una è uguale al rettangolo compreso sotto le parti dell' altra.

LXV.

Se due secanti terminano ad uno stesso punto fuori del circolo, sono uguali i rettangoli compresi sotto ciascuna secante, e la sua parte esterna.

LXVI.

Dividere una data retta in estrema, e media ragione.

LXVII.

Nel circolo gli angoli al centro uguali insistono sopra archi perfettamente uguali.

LXVIII.

Il circolo è il limite dei poligoni regolari tanto iscritti, quanto circoscritti.

LXIX.

Il circolo è uguale a un triangolo, la di cui altezza sia uguale al raggio, e la base alla circonferenza.

LXX.

Il Settore è uguale a un triangolo, la di cui altezza sia uguale al raggio, e la base ad una retta uguale all' arco del Settore.

LXXI.

Se le circonferenze di due circoli si incontrano in un punto, o non si incontrano in alcun punto, o s' incontrano in un altro punto solamente.

LXXII.

I circoli hanno fra loro la stessa ragione, che i quadrati dei raggi, o dei diametri.

LXXIII.

Le circonferenze dei circoli stanno fra loro nella ragione dei raggi, o dei diametri.

TEOREMI

DI GEOMETRIA SOLIDA.

LXXIV.

UNa retta perpendicolare a due descritte in un piano, e non posta per diritto è perpendicolare anche al piano.

LXXV.

Nell' angolo Solido compreso da tre piani, due qualunque degli angoli rettilinei formati dalle loro sezioni presi insieme sono sempre maggiori del terzo.

LXXVI.

Qualunque sia il numero dei piani di un angolo solido, la somma degli angoli rettilinei formati dalle sezioni dei piani è minore di quattro angoli retti.

LXXVII.

La Sezione della Piramide parallela alla base taglia proporzionalmente i lati della piramide, e qualunque retta condotta dal vertice alla base, ed è simile ad essa base.

LXXVIII.

La Superficie del prisma è uguale ad un rettangolo, che abbia per base il lato del prisma, e per altezza il perimetro di una sezione perpendicolare ad un lato.

LXXIX.

I parallelepipedi di ugual base, ed altezza sono uguali.

LXXX.

La Piramide triangolare è il limite dei prismi ad essa iscritti, e circoscritti.

LXXXI.

Le Piramidi triangolari di uguale altezza stanno fra loro nella ragion delle basi.

LXXXII.

La piramide triangolare è la terza parte del prisma di egual base e di eguale altezza.

LXXXIII.

La Sezione di una sfera è un circolo.

LXXXIV.

La sfera è il limite dei cilindri iscritti, e circoscritti.

LXXXV.

Le sfere stanno fra loro nella ragion triplicata dei raggi, o dei diametri.

A. 3694/da